תחום הגדרה

תחום הגדרה אומר לנו עבור אילו ערכים של x יש לפונקציה ערך (משמעות)

איך בודקים?

- עבור פונקציות שיש בהן מכנה—נבדוק מתי המכנה שונה מאפס
- עבור פונקציות שיש בהן שורש—נבדוק מתי מה שיש בתוך השורש גדול או שווה לאפס
- עבור פונקציות טנגנס—נבדוק מתי בקוסינוס של הביטוי בתוך הטנגס שונה מאפס
- (י"ב) - עבור פונקציות ln/log מה שבתוך ה – ln/log צריך להיות גדול מאפס

משמעות

המשמעות העיקרית היא שלאורך כל התרגיל, יש לוודא שאף תשובה שאנחנו נותנים, לא מכילה x-ים שלא נמצאים בתחום ההגדרה של הפונקציה



איך כותבים

רושמים את הקבוצה של הפתרונות האפשריים. לדוג': אם x>a או x>b רושמים : תחום הגדרה:

$$\{x \in \mathbb{R} : a > x, x > b\}$$

נקודות חיתוך עם הצירים

מציאת נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים עוזרת לשרטט אותה, ולבצע בה הזזות בהמשך במידת הצורך

איך בודקים:

נקודת חיתוך עם ציר x: נציב y=0. התרגיל לפתרון הוא f(x)=0. מוצאים את ערכי x.

נקודת חיתוך עם ציר y: נציב x=0. התרגיל לפתרון הוא y=f(0).

לא יכולה להיות יותר מנקודת חיתוך אחת עם ציר y. יכולים להיות אינסוף נקודות חיתוך עם ציר x

משמעות

נקודות החיתוך עם ציר x: אם נבצע הזזה ימינה שמאלה של הפונקציה, נקודות אלו יזוזו בהתאם. אם נבצע פעולה של 1/f(x) נקודות אלו יהפכו לאסימפטוטות אנכיות

אם אין נקודות חיתוך עם ציר x, ואין אסימפטוטות אנכיות, הפונקציה תמיד חיובית או תמיד שלילית

נקודת החיתוך עם ציר y: אם נבצע הזזה של הפונקציה מעלה מטה, נקודה זו תזוז בהתאם



איך כותבים

נקודות חיתוך עם הצירים: ...,(x2,0) ,(x1,0), (0,y)

אסימפטוטה אנכית

כאשר יש ערך של x עבורו הפונקציה אינה מוגדרת, צריך לבדוק איך הפונקציה מתנהגת קרוב לנקודה זו. הפונקציה במקרה זה יכולה לשאוף לאינסוף או להתכנס לנקודה מסויימת (נק' אי- רציפות—"חור")

איך בודקים:

אסימפטוטה אנכית יכולה להיווצר כאשר מכנה (כלומר רק בפונקציה עם מנה) או (י"ב) בפונקציית ln/log .

האיקסים שמאפסים את המכנה יהיו אסימפטוטה אנכית או "חור".

(י"ב) צריך לבדוק את השאיפה של

t

משמעות

בשרטוט הפונקציה, הגרף לעולם לא יעבור דרך האסימפטוטה (לא יכול לגעת בה)

איך כותבים

יש לכתוב: אסימפטוטה אנכית: x=<>



אסימפטוטה או "חור"

לאן הפונקציה שואפת כאשר היא מתקרבת לתחום האסור

איך בודקים:

התרשים המצורף עוזר להבין את התהליך.

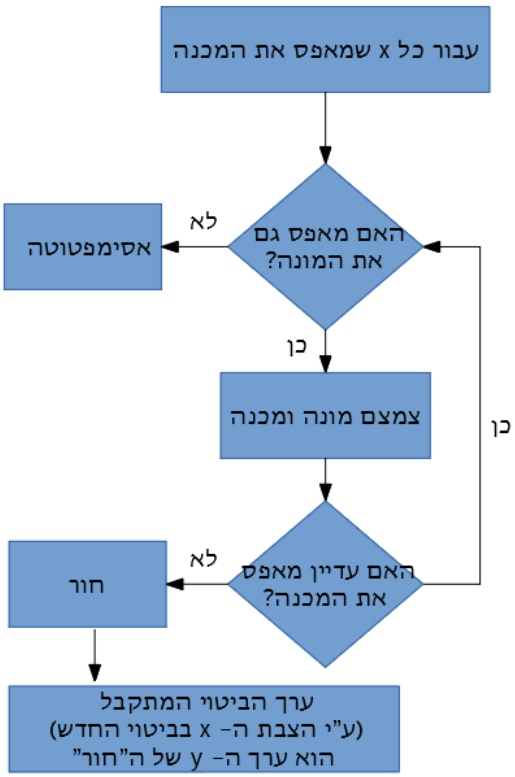
אם מספר מאפס את המונה ואת המכנה, בדר"כ אפשר לצמצם את המונה עם המכנה בקלות ע"י הוצאת גורם משותף, פירוק לפולינום, או חילוק ארוך.

אפשר להציב במחשבון ערך קרוב ל– x החשוד ולראות אם המספר מאוד גדול/קטן (ואז שואף לאינסוף או מינוס אינסוף) או שואף למספר מסויים.



איך כותבים

נקודת אי-רציפות סליקה (x, y) - רק אם שואלים מה הנקודה



אסימפטוטה אופקית

איך הפונקציה מתנהגת בקצוות של הגרף—בפלוס ובמינוס אינסוף?

אל האינסוף ומעבר לו



איך בודקים:

השיטה בבגרות עבור פונקציית מנה—מסתכלים על האיקס עם החזקה הגבוהה ביותר במונה ובמכנה.

- אם החזקה הגבוהה במונה—אין
- אם החזקה הגבוהה במכנה—y=0
- אם החזקות שוות—y= יחס המקדמים של האיקסים

אם תחום ההגדרה לא כולל את אחד הקצוות, אין לחשב לא אסימפטוטה אופקית

משמעות:

בשונה מאסימפטוטה אנכית, הגרף יכול לעבור דרך אסימפטוטה אופקית.

לפעמים בתרגיל נתונה אסימפטוטה אנכית, ודרכה ניתן לחשב את הפרמטרים של הפונקציה

בפונקציות מנה עם שורש, או (י"ב) פונקציות log/ln/e יש לחשב את האסימפטוטה של כל קצה בנפרד.

לכל שבר בפונקציה יש לחשב אסימפטוטה בנפרד

איך כותבים

$$y_{x\to\infty} = a$$

$$y_{x\to-\infty} = b$$

דוד קודיש

גזירת הפונקציה

מציאת פונקציה חדשה f'(x) המתארת את שיפוע הפונקציה המקורית בכל נקודה

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x+x)-f(x)}{\Delta x}$$

פונקציה	נגזרת
c	0
x	1
$cf(x)$	$c\cdot f'(x)$
$f(x)\pm g(x)$	$f'(x)\pm g'(x)$

פונקציה	נגזרת
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$

פונקציה מורכבת	נגזרת
$(f(x))^n$	$n[f(x)]^{n-1}f'(x)$
$\frac{1}{f(x)^n}$	$-\frac{nf'(x)}{f(x)^{n+1}}$
$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin(f(x))$	$\cos(f(x))\cdot f'(x)$
$\cos(f(x))$	$-\sin(f(x))\cdot f'(x)$
$tg(f(x))$	$\frac{f'(x)}{\cos(f(x))^2}$

נגזרת מכפלה ומנה

$$[f(x)g(x)]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$[\frac{f(x)}{g(x)}]'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

גזירת הפונקציה (י"ב)

מציאת פונקציה חדשה f'(x) המתארת את שיפוע הפונקציה המקורית בכל נקודה

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x+x)-f(x)}{\Delta x}$$

פונקציה	נגזרת
e^x	e^x
a^x	$a^x\ln(a)$
$\ln x$	$\frac{1}{x}\quad x>0$
$\log_a x$	$\frac{1}{x\ln(a)}\quad x>0$

פונקציה מורכבת	נגזרת
$e^{f(x)}$	$f'(x)e^x$
$a^{f(x)}$	$f'(x)a^x\ln(a)$
$(\ln x)'=\frac{1}{x}\quad x>0$	$\frac{f'(x)}{f(x)}\quad f(x)>0$
$\log_a f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)\ln(a)}\quad f(x)>0$

$$[f(x)^{g(x)}]'=f(x)^{g(x)}[\frac{g(x)f'(x)}{f(x)}+\ln(f(x))\cdot g'(x)]$$

נקודות עם שיפוע—0 - חשד לקיצון

בעזרת הנגזרת, זיהוי נקודות בהן השיפוע מקביל לציר x. נקודות אלו הן קיצון או פיתול עם שיפוע אפס

איך בודקים:

משווים את הנגזרת לאפס ומוצאים את ערכי x המתאימים

לכל x שמצאנו, בודקים אם הוא בתחום ההגדרה

לכל x שמצאנו, מוצאים את ערך ה– y המתאים ע"י הצבה בפונקציה המקורית f(x)

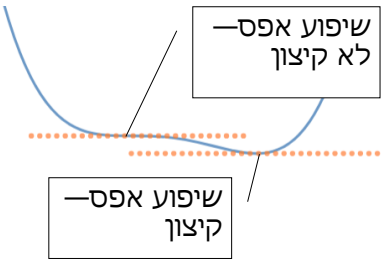
משמעות:

כאשר השיפוע אפס, המשיק לגרף הפונקציה יהיה מקביל לציר x ולכן יהיה מהצורה y=a.

בנקודות פיתול, המשיק חותך את גרף הפונקציה מצד לצד (הקו הירוק)

איך כותבים

לכל נקודה שמצאנו נרשום: נקודה חשודה לקיצון (x, y)





תחום עליה ירידה

זיהוי המצב בו ככל ש– x עולה, ה– y עולה (עליה) או ככל שה– x עולה, ה– y יורד (ירידה)

איך בודקים:

באשר יש שיפוע חיובי, הפונקציה עולה , לכן הדרך המתמטית לחישוב תחום עליה הוא לפתור את אי השיוויון, $f'(x)>0$.

עבור תחום ירידה, לפתור את אי השוויון $f'(x)<0$.

משמעות:

פתרון אי השוויון נותן תשובה לתחום העליה/ירידה, אבל מתעלם מקיום של אסימפטוטות ותחומי הגדרה, ולכן יש לשרטט או לעשות טבלה לפני הרישום

אם עושים טבלה, השלב הזה למעשה מיותר.

לפעמים מבקשים בתרגיל, הוכח שהפונקציה תמיד עולה, וההוכחה היא ע"י זה שמראים ש– $f'(x)>0$ תמיד



איך כותבים

עדיף לחכות עם הרישום של התשובה עד לשרטוט, או עד שעושים טבלה.

תחום קעירות מעלה / מטה

זיהוי המצב בו הפונקציה קעורה כלפי מעלה וקעורה כלפי מטה

איך בודקים סוג קעירות:

הנגזרת השניה של פונקציה עוזרת לבדוק את סוג הקעירות. לחישוב תחום הקעירות מעלה יש לפתור את אי השוויון, $f''(x)>0$. עבור תחום קעירות מטה יש לפתור את אי השוויון $f''(x)<0$.

בדיקת סוג קיצון:

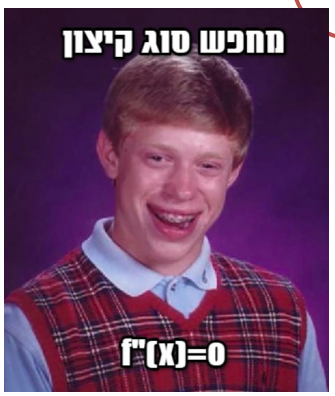
מציבים את ה– x של הנקודה החשודה בנגזרת השניה. אם התוצאה חיובית— מינימום. אם שלילית— מקסימום. אם אפס—אי אפשר לדעת

משמעות:

נגזרת שניה מבטאת את קצב השינוי בעליה ובירידה של פונקציה.

פתרון אי השוויון נותן תשובה לתחום הקעירות, אבל מתעלם מקיומן של אסימפטוטות ותחומי הגדרה, ולכן יש לשרטט או לעשות טבלה לפני הרישום. אם עושים טבלה, השלב הזה למעשה מיותר.

לפעמים מבקשים בתרגיל, הוכח שהפונקציה קעורה מעלה, וההוכחה היא ע"י זה שמראים ש– $f''(x)>0$



איך כותבים

עדיף לחכות עם הרישום של התשובה עד לשרטוט, או עד שעושים טבלה.

דוד קודיש

טבלה מסכמת

טבלה מסכמת יכולה לעזור באיסוף כל הראיות שנאספו עד כה וגיבוש מסקנות לגבי איך הפונקציה נראית.

x						
f'(x)						
f''(x)						
f(x)						

מבנה טבלה סטנדרטי

1 - מציירים טבלה.

2 - מוסיפים למעלה כל x שמופיע בתחום ההגדרה, בתחום הנתון של x (במיוחד בפונקציות טריגו), באסיפטוטה, חור, ונקודה חשודה לקיצון

3 - מוחקים את התחומים הלא רלוונטיים (לפי תחום הגדרה, ואסימפטוטות אנכיות).

4 - עבור כל x שלא פסלנו יש למצוא את ערך הפונקציה שלו f(x), ערך הנגזרת שלו f'(x) (בנקודות חשודות זה יהיה 0), וערך הנגזרת השניה (רק אם ביקשו) - f''(x).

5 - עבור התחומים שלא פסלנו, יש להציב את הערכים של x הנמצאים בין לבין .

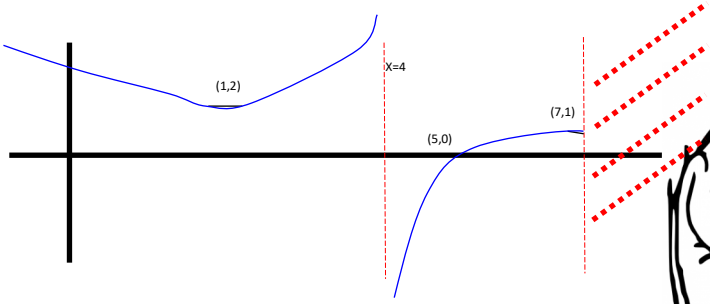
6 - בוחרים ערך בתחום ובודקים עבורו את הנגזרת f'(x) ואת הנגזרת השניה (רק אם ביקשו). רשומים במקום המתאים את סימן הנגזרת (+ או -). בשורת f(x) רושמים עליה או ירידה, קעירות מעלה או מטה.

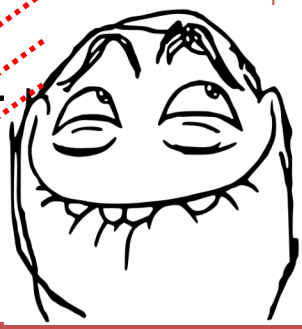
7 - על סמך הטבלה משרטטים את הפונקציה, ועונים על שאלות בגון תחומי עליה וירידה וקעירות מעלה/מטה.

שרטוט גרף

טבלה מסכמת יכולה לעזור באיסוף כל הראיות שנאספו עד כה וגיבוש מסקנות לגבי איך הפונקציה נראית.

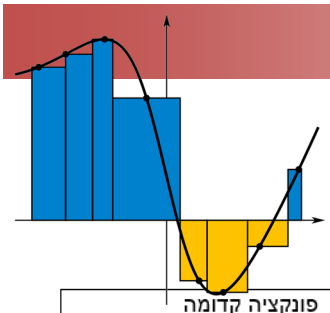
X	1>x	1	1<x<4	4	4<x<7	7	x>7
f'(x)	-	0	+		+	0	
f''(x)	+	+	+		-	-	
f(x)	↘	2	↗		↗	1	
		min				Max	





1— משרטטים מערכת צירים
2—מוחקים את תחומי ההגדרה הלא רלוונטיים
3—רושמים את נקודות החיתוך עם הצירים
4—מסמנים אסימפטוטות אנכיות
5—מסמנים אסימפטוטות אופקיות רק בקצוות של הגרף
6—מסמנים נקודות שיפוע אפס עם קו אופקי
7—משרטטים את הגרף
8- רושמים את הנקודות שמצאנו על הגרף

אינטגרלים



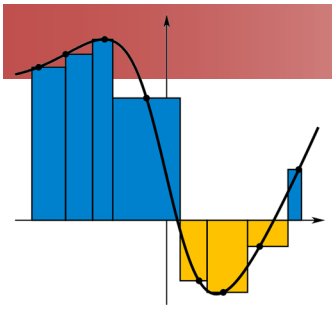
אינטגרל משמש הן למציאת פונקציה קדומה, והן לחישובי שטח

אינטגרל	פונקציה קדומה
$\int 0dx$	c
$\int adx$	$ax+c$
$\int cf(x)dx$	$c\int f(x)dx$
$\int (f(x)\pm g(x))dx$	$\int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

אינטגרל מיידי	פונקציה קדומה
$\int kdx$	$kx+c$
$\int x^n dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
$n\neq 1\ \int \frac{1}{x^n}dx$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}+c$
$\int \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$	$\sqrt{x}+c$
$\int \sin xdx$	$-\cos x+c$
$\int \cos xdx$	$\sin x+c$
$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx$	$tgx+c$

אינטגרל מורכב עם נגזרת פנימית מספר	פונקציה קדומה
$\int (ax+b)^n dx$	$\frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+c$
$n\neq 1 \int \frac{1}{(ax+b)^n}dx$	$-\frac{1}{a(n-1)(ax+b)^{n-1}}+c$
$\int \frac{1}{2\sqrt{ax+b}}dx$	$\frac{\sqrt{ax+b}}{a}+c$
$\int \sin x=(ax+b)dx$	$\frac{-\cos(ax+b)}{a}+c$
$\int \cos(ax+b)dx$	$.\frac{\sin(ax+b)}{a}+c$
$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}dx$	$\frac{tg(ax+b)}{a}+c$

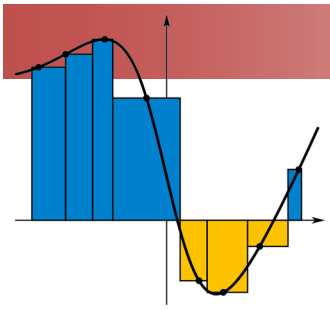
אינטגרלים (י"ב)



אינטגרל משמש הן למציאת פונקציה קדומה, והן לחישובי שטח

אינטגרל מיידי	פונקציה קדומה
$\int e^x dx$	$e^x + c$
$\int a^x dx$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\int \frac{1}{x} dx$	$\ln \lvert x \rvert + c$
$\int tgx dx$	$-\ln \lvert \cos x \rvert + c$

אינטגרל מורכב עם נגזרת פנימית מספר	פונקציה קדומה
$\int e^{ax+b} dx$	$\frac{e^{ax+b}}{a} + c$
$\int a^{mx+b} dx$	$\frac{a^{mx+b}}{m \ln a} + c$
$\int \frac{1}{ax+b} dx$	$\frac{\ln \lvert ax+b \rvert}{a} + c$



אין אינטגרל מיידי למנה או מכפלה ובמקרה כזה צריך להפעיל "טריק"

שיטות לחישוב אינטגרל

1. אינטגרל מיידי
2. פיצול מונה ומכנה לפי מכנה משותף
3. השלמה לריבוע (הוספה וחיסור של מספר במונה
4. חילוק פולינומים
5. שימוש בזהויות טריגונומטריות
6. זיהוי אינטגרל עם פונקציה ונגזרת פנימית



$$x-2\overline{)x^3-2x^2-4x+8}\quad x^2-4$$

$$\frac{x^3-x}{x^6}=\frac{x^3}{x^6}-\frac{x}{x^6}=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^5}$$

שיטות מתקדמות לאינטגרל—זיהוי נגזרת פנימית—שיטת ההצבה

אינטגרל למצבים של מכפלה / מנה בהם אחד הגורמים הוא הפונקציה והשני הוא נגזרת פנימית שלה

שלבים:

יש לזהות את המקרה: כאשר יש מנה או מכפלה של ביטויים ואחד מהם הוא נגזרת פנימית של השני

נסמן את הפונקציה ב– t. - t=f(x)

נסמן את הנגזרת של הפונקציה ב–

dt=f'(x)dx

נבצע החלפה לאינטגרל המקורי ונבצע אינטגרל לפי t.

נציב חזרה את הפונקציה במקום t ונחייך

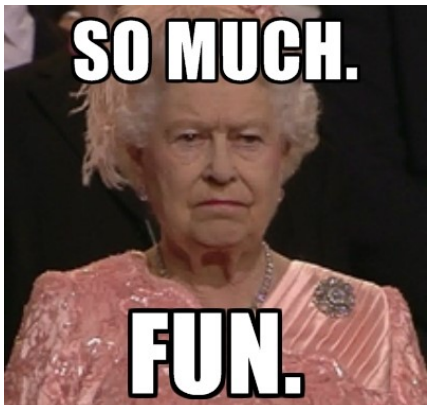
$$\int 6x^3(x^4-3)^3\,dx$$

$$t = x^4 - 3$$

$$dt = 3x^3\,dx$$

$$\int 6x^3(x^4-3)^3\,dx = \int 2t^3 dt = \frac{2t^4}{4} = \frac{t^4}{2} + c$$

$$\int 6x^3(x^4-3)^3\,dx = \frac{(x^4-3)^4}{2} + c$$



אם יש גם סינוס וגם קוסינוס, נבחר כפונקציה את הביטוי שיש לו חזקה או שהוא בתוך שורש.

חישובי שטחים

אינטגרל של פונקציה יכול לשמש למציאת השטח בין הפונקציה לציר ה– x

שלבים:

תמיד ניתן לחלק את השטח המבוקש לשטחים בהם יש פונקציה למעלה ופונקציה למטה. לעיתים הפונקציה שלמעלה או למטה היא ציר ה– x ואז היא y=0.

בכל מצב שבו פונקצית התקרה או הרצפה משתנים, יש לפצל את חישוב השטח לאינטגרלים שונים.

אם לא יודעים מי הרצפה ומי התקרה, ניתן להציב מה שרוצים ולעשות ערך מוחלט לתשובה

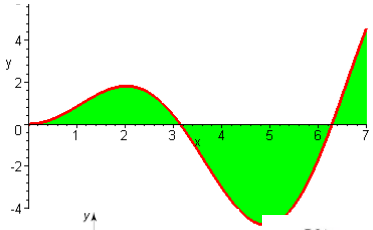
f(תקרה)

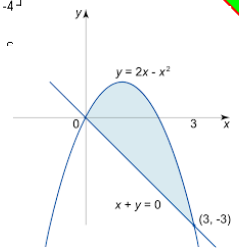
X ימני $\int_{\text{X שמאלי}}^{\text{X ימני}} f[(\text{תקרה})-f(\text{רצפה})]dx$ X שמאלי

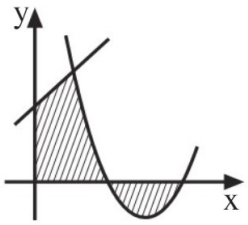
f(רצפה)

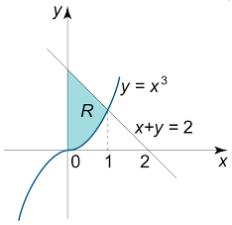
בפונקציות זוגיות ואי-זוגיות יש סימטריה בשטחים משני צידי ציר y.

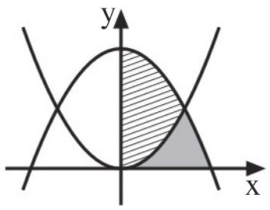
לשים לב אם מבקשים שטח או אוינטגרל. אם רק אינטגרל של פונקציה, אין לפצל לקטעים











חישובי נפח גוף סיבוב

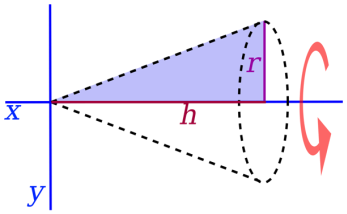
אינטגרל של פונקציה יכול לשמש למציאת הנפח הנוצר כתוצאה מסיבוב של הפונקציה סביב ציר ה– x

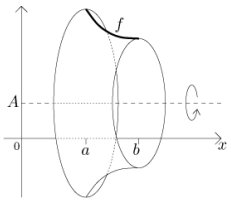
שלבים:

כדי לחשב את הנפח הנוצר כתוצאה מסיבוב של גרף—יש להשתמש בנוסחת חישוב הנפח:

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

תחילה מעלים את הפונקציה בריבוע, אח"כ עושים לה אינטגרל, ומכפילים הכל בפאי.





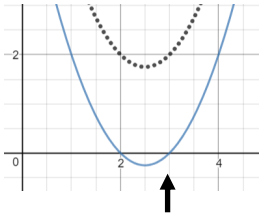
כאשר רוצים נפח בין שתי פונקציות, אפשר לחשב

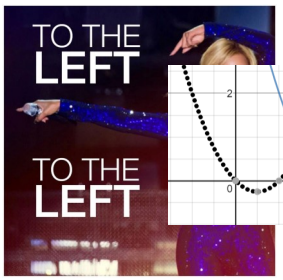
$$\pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)]dx$$

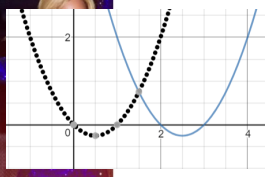
בתנאי שה– x הימני והשמאלי הם אותם ערכים. אחרת צריך לפצל



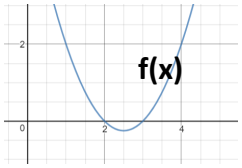
הזזות—ימינה שמאלה למעלה למטה



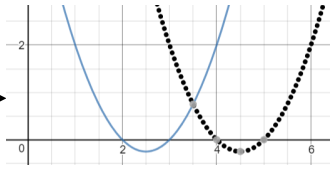




f(x+2)←

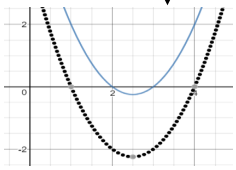


f(x-2)→





f(x)-2



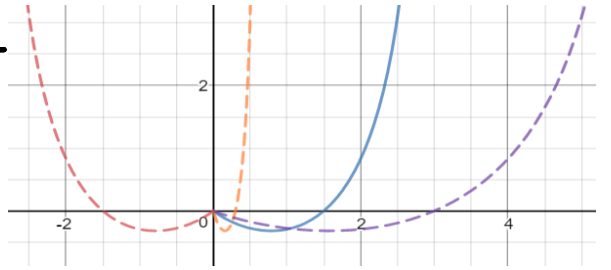
מתיחה וכיווץ— $f(a\cdot x)$ ו– $a\cdot f(x)$

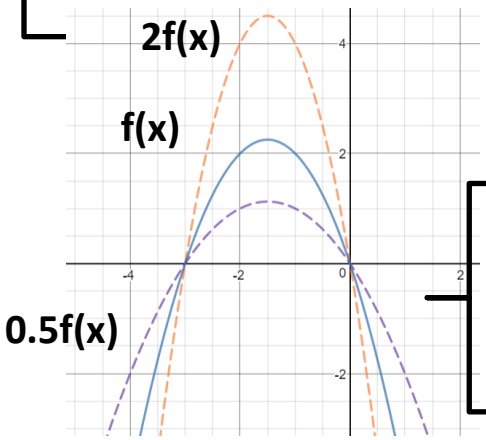
f(ax)

כאשר a>1—מקרב את הפונקציה לציר ה– y

כאשר 0<a<1—מרחיק את הפונקציה מציר ה– y

כאשר a שלילי—הופך את הפונקציה ביחס לציר ה– y





af(x)

כאשר a>1—מותח את הפונקציה הרחק מציר ה– x

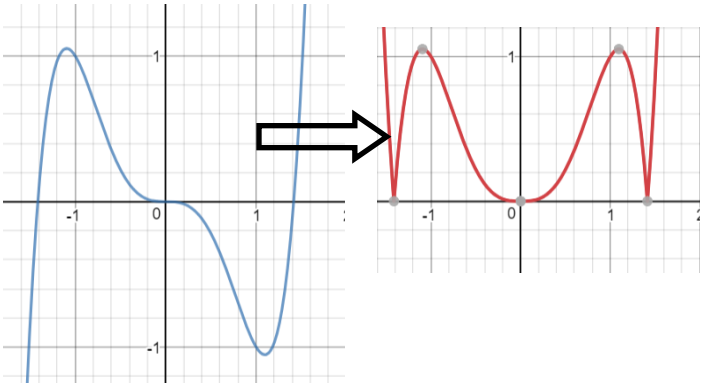
כאשר 0<a<1—מכווץ את הפונקציה אל תוך ציר ה– x

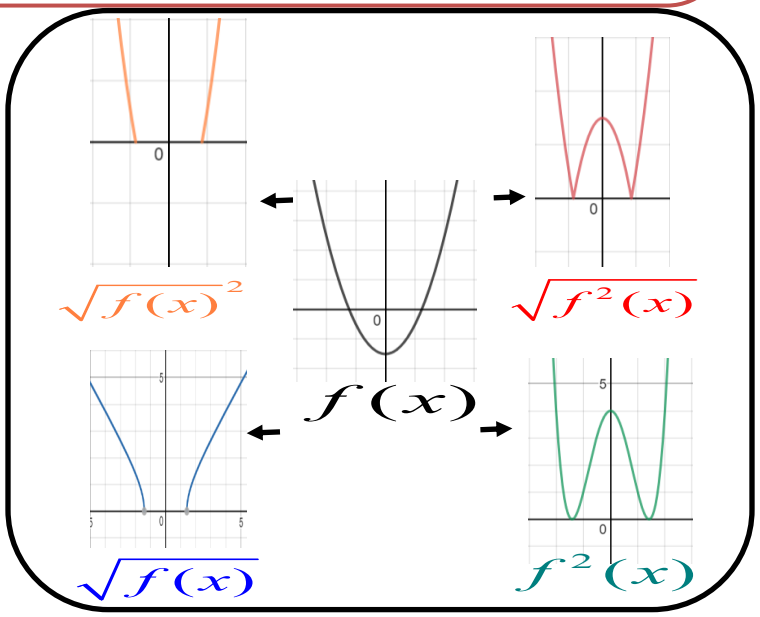
כאשר a שלילי—הופך את הפונקציה ביחס לציר ה– x

ערך מוחלט

פונקציית ערך מוחלט הופכת כל ערך שלילי של הפונקציה, לחיובי

הגדרה: $|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}$





$$\left(|f(x)|\right)'=\left(\sqrt{(f(x))^2}\right)=\frac{1}{2\sqrt{(f(x))^2}}\bullet 2f(x)\bullet f'(x)$$

$$=\frac{f(x)\bullet f'(x)}{|f(x)|}$$

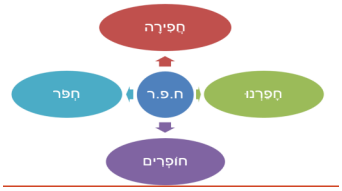
פונקציית שורש

פונקציית שורש גורמת למספרים בתוכה להתקרב למספר 1. שורשים זוגיים, מוגדרים רק עבור ערכים חיוביים

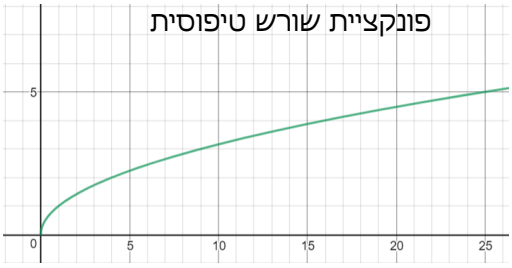
$$g(x)=\sqrt{f(x)}$$

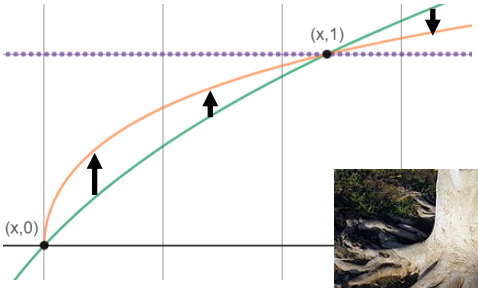
אם נתונה פונקציה כלשהי f(x), כדי לשרטט את פונקציה השורש שלה יש לבצע את הפעולות הבאות:

1. תחום הגדרה—כאשר הפונקציה הנתונה שלילית, הפונקציה החדשה לא מוגדרת
2. שורש של מספר שווה לעצמו בנקודות 0 ו– 1. ולכן יש למצוא את ערך ה– x עבורו f(x)=0 ו– f(x)=1. נקודות אלו יהיו משותפות לשתי הפונקציות.



3. עבור נקודות שערך ה– y שלהן בין 0-1 יש להרים אותן לכיוון 1, ונקודות הגבוהות מ– 1 יש להוריד לכיוון 1.











פונקציית 1/f(x)

פונקציית 1/f(x) גורמת להפיכה של תחומי העליה/ירידה, ויוצרת אסימפטוטות/חורים חדשים

$$g(x)=\frac{1}{f(x)}$$

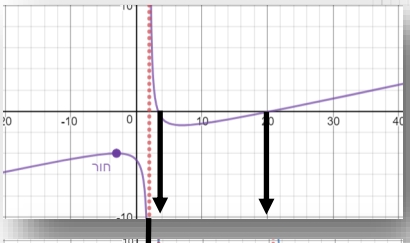
אם נתונה פונקציה כלשהי f(x), כדי לשרטט את פונקציית 1/f(x) שלה יש לבצע את הפעולות הבאות:

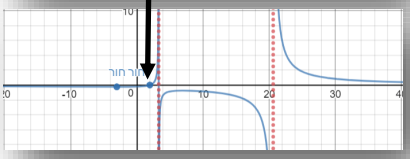
1. תחום הגדרה—אם היתה לפונק' f(x) תחום הגדרה, הוא קיים גם בפונקציה החדשה. **<u>בנוסף</u>** f(x)≠0.
2. כל נק' חיתוך עם ציר x ב– f(x) הופכת לאסימפטוטה אנכית ב– g(x)
3. אם הייתה אסימפטוטה אנכית ב– f(x), היא הופכת ל– "חור". אם היה "חור", הוא נשאר "חור"
4. אם היתה אסיפטוטה אופקית ב– f(x), היא לא קיימת ב– g(x). ולהיפך—אם לא הייתה קיימת ב– f(x), תהיה אסימפטוטה אופקית y=0 בפונקציה g(x)
5. מינימום הופך למקסימום ולהיפך
6. תחום עליה הופך לירידה ולהיפך



פונקציית 1/x טיפוסית







קשר בין פונקציה לנגזרת

כאשר הפונקציה:		נגזרת ראשונה	נגזרת שניה
עולה		$f'(x)>0$	
יורדת		$f'(x)<0$	
לא עולה ולא יורדת	קיצון	$f'(x)=0$	
	פיתול	$f'(x)=0$	$f''(x)=0$
קעורה מעלה		עולה	$f''(x)>0$
קעורה מטה		יורדת	$f''(x)<0$
פיתול		קיצון	$f''(x)=0$

כאשר נגזרת שניה (נגזרת ראשונה):		נגזרת ראשונה (פונקציה)	פונקציה מקורית
חיובית		עולה	קעורה מעלה
שלילית		יורדת	קעורה מטה
שווה לאפס (חותך את ציר x)	מעבר מחיובי לשלילי	מקסימום	פיתול
	מעבר משלילי לחיובי	מינימום	פיתול
	אין מעבר	פיתול	קיצון
עולה		קעורה מעלה	
יורדת		קעורה מטה	
פיתול			

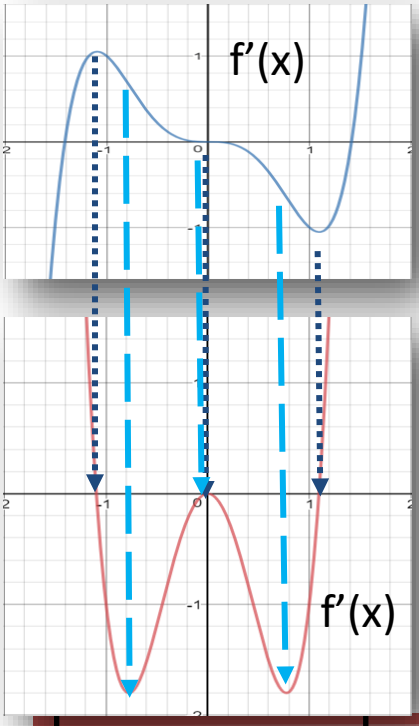


פיתול בפונקציה —> קיצון בנגזרת

נגזרת ראשונה = 0 —> חשד לקיצון

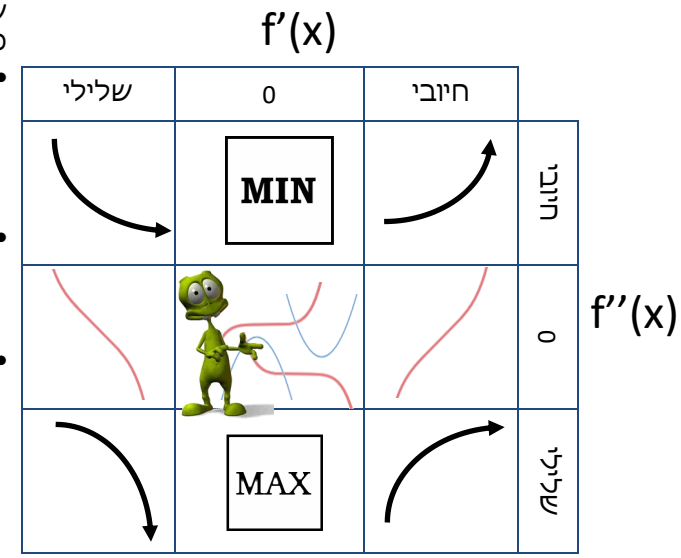
נגזרת שניה=0 —> חדש לפיתול

שרטוט נגזרת על סמך פונקציה



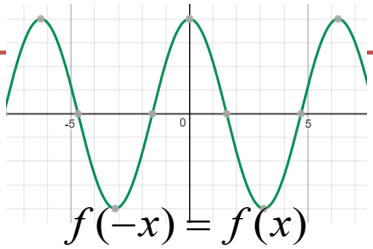
שלבים בשרטוט נגזרת על סמך הפונקציה:

- כל נק' הקיצון ונק' הפיתול עם שיפוע אפס, הופכות לחיתוך עם ציר ה- x של הנגזרת
- לפי הפונקציה—כאשר הפונקציה עולה, הנגזרת חיובית (מעל לציר), ולהיפך
- כל נקודות הפיתול בפונקציה יהיה נק' קיצון בנגזרת



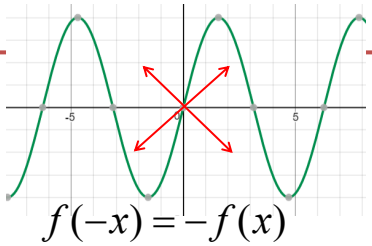
פונקציה זוגית ואי-זוגית

פונקציה זוגית—סימטרית לציר ה– y

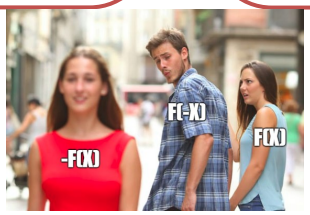


$$f(-x) = f(x)$$

פונקציה אי-זוגית—סימטרית ביחס לראשית הצירים



$$f(-x) = -f(x)$$



איך מוכיחים:

כדי להוכיח שפונקציה זוגית או אי-זוגית יש לחשב את הפונקציה f(-x). מחליפים את כל ה– אים ב- x-.

אם חוזרים חזרה לאותה פונקציה f(x) הפונקציה זוגית

אם מגיעים לפונקציה המקורית אבל במינוס (כלומר f(x)-), הפונקציה אי-זוגית.

פונקציה לא חייבת להיות זוגית או אי-זוגית

אם הפונקציה זוגית, הנגזרת שלה תהיה אי-זוגית ולהיפך, אם הפונקציה אי-זוגית, הנגזרת שלה תהיה זוגית